GEORG-SIMON-OHM- Fachhochschule Nürnberg
Fachbereich Nachrichten- und Feinwerktechnik

Prüfungsfach:Digitale Signalverarbeitung

Studiengang: BTI
Semester: 4
Prüfungstermin: 17.07.2001, 14:00 Uhr
Dauer der Prüfung: 60 Minuten
Anzahl der Aufgabenblätter: 8 (inkl. Deckblatt)
Hilfsmittel: unbegrenzt
Maximal erreichbare Punktzahl: 80

Note: ___________
Punktzahl: ___________
Erstkorrektor: ___________
Zweitkorrektor: ___________

Prüfer/Aufgabensteller der Prüfung: Theo Kupfer

Name: ____________________________

Vorname: ____________________________

Geb.datum: ____________________________

Matrikel-Nr.: ____________________________

Unterschrift: ____________________________

Wichtige Hinweise:
1. Tragen Sie bitte, bevor Sie mit der Lösung der Aufgaben beginnen, die erforderlichen Angabe zu Ihrer Person im Deckblatt der Aufgabenblätter ein!
2. Die Lösungen sind auf den Aufgabenblättern einzutragen!(ggf. Rückseiten der Blätter verwenden)
3. Von mehreren Lösungen zur gleichen Aufgabe, ist die gültige Lösung eindeutig zu kennzeichnen!
4. Lösungswege müssen klar erkennbar sein.
5. Bei Formeln bitte Variablen und Parameter eindeutig erklären.

Musterlösung

Viel Erfolg

Aufgabe 1: (Maximale Punktzahl: 10) Erreichte Punktzahl: ________

Bild 1 zeigt verschiedene Eingangssignale x_1, x_2 und x_3 und die zugehörigen Ausgangssignale y_1, y_2 und y_3 eines zeitinvarianten Systems T. Bestimmen Sie ob das System linear ist.
Begründen Sie das Ergebnis.

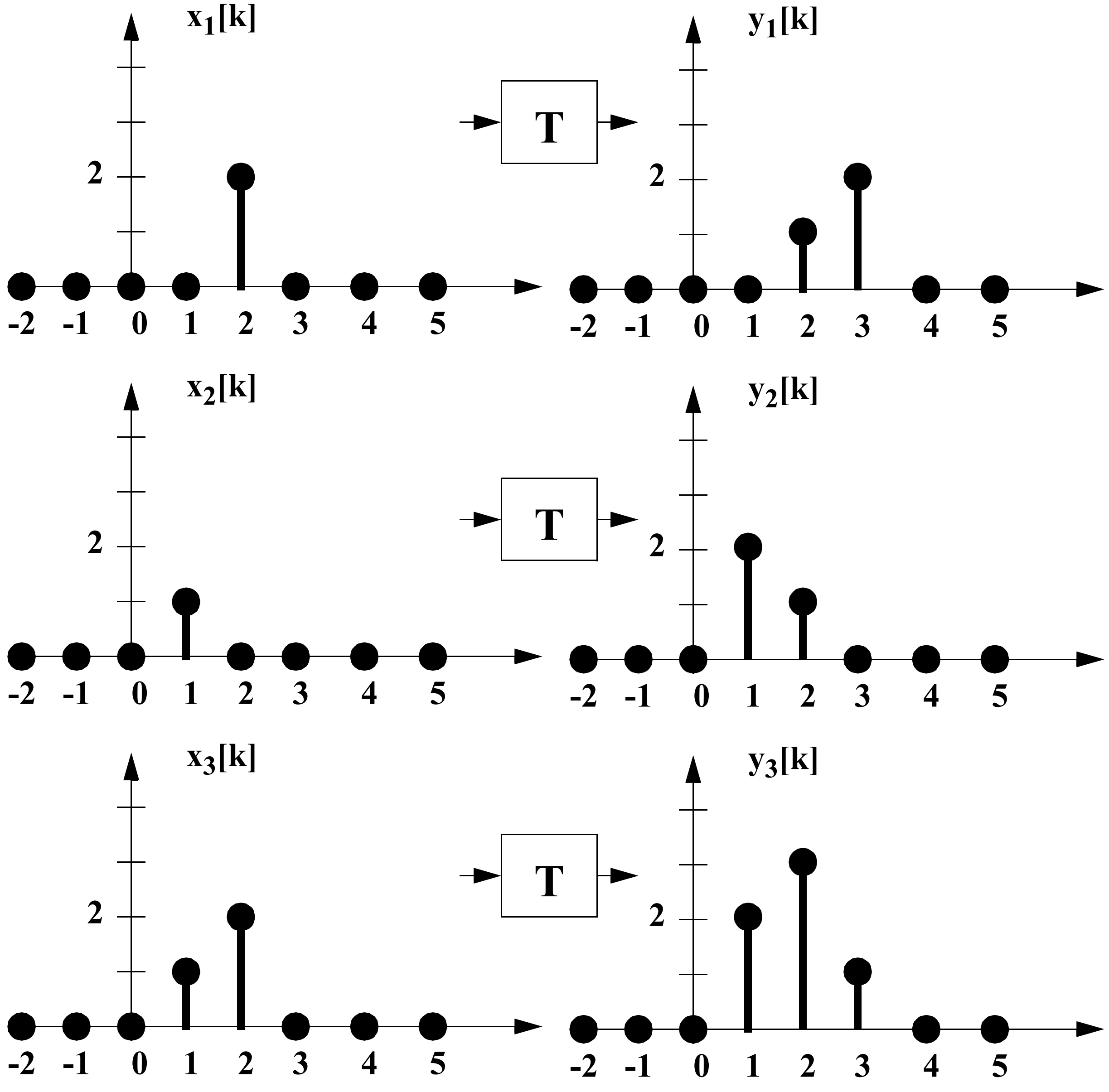


Bild 1

Lösung: ☐ **linear**
☒ **nicht linear**

Begründung:

$x_3[k]=x_1[k]+x_2[k]$

$y_3[k]\neq y_1[k]+y_2[k]$

Aufgabe 2: (Maximale Punktzahl: 20) Erreichte Punktzahl: ________

Bestimmen Sie die Impulsantwort h[k] und die Systemfunktion H(z) für jedes, der durch die folgenden Differenzengleichungen beschriebenen kausalen LTI Systeme. Klassifizieren Sie die Systeme auch als FIR oder IIR bzw. rekursives oder nicht rekursives System.

a) $y[k]=x[k]-2x[k-2]+x[k-3]$

b) $y[k]+2y[k-1]=x[k]+x[k-1]$

c) $y[k]-0,5y[k-2]=2x[k]-x[k-2]$

a) Lösung: ☒ **FIR** ☐ **rekursiv**
☐ **IIR** ☒ **nicht rekursiv**

Begründung:

Endliche Impulsantwort, keine Komponenten mit y[k-n]

Impulsantwort h[k]:

$$h[k]=\delta[k]-2\delta[k-2]+\delta[k-3]$$

Systemfunktion H(z):

$$H(z)=1-2z^{-2}+z^{-3}$$

b) Lösung: ☐ **FIR** ☒ **rekursiv**
☒ **IIR** ☐ **nicht rekursiv**

Begründung:

Unendliche Impulsantwort, Komponenten mit y[k-n]

Impulsantwort h[k]:

$$h[k]=(-2)^{k}\varepsilon[k] + (-2)^{(k-1)}\varepsilon[k-1]$$

Systemfunktion H(z):

$$H(z)=(z+1)/(z+2)=z/(z+2) + 1/(z+2)$$

c) Lösung: ☒ **FIR** ☒ **rekursiv**
☐ **IIR** ☐ **nicht rekursiv**

Begründung:

Endliche Impulsantwort, Komponenten mit y[k-n]

Impulsantwort h[k]:

$$h[k]=2\delta[k]$$

Systemfunktion H(z):

$$H(z)=(2z-1)/(z-0,5)=2$$

Aufgabe 3: (Maximale Punktzahl: 20) Erreichte Punktzahl: _______

Ein zeitdiskretes System wird durch die Differenzengleichung

y[k]-1,2y[k-1]-0.35y[k-2]=x[k]+0,25x[k-1]

beschrieben. Die Anfangsbedingungen sind bekannt y[-1]=0 und y[-2] = -2. Das System wird mit der Eingangsfolge $x[k]=(-2)^k\varepsilon[k]$ erregt.

a) Bestimmen Sie die Systemfunktion H(z) und die Impulsantwort h[k]. Ist das System stabil?

Lösung:

$$H(z)=\frac{z^2+0.25z}{z^2-1,2z-0.35}$$

$$\frac{H(z)}{z}=\frac{z+0.25}{(z+0.24)(z-1.44)}$$

$$\frac{H(z)}{z}=\frac{-0.004}{(z+0.24)}+\frac{1}{(z-1.44)}$$

$$H(z)=\frac{-0.004z}{(z+0.24)}+\frac{z}{(z-1.44)}$$

$$h[k]=-0.004(-0.24)^k\varepsilon[k]+(1.44)^k\varepsilon[k]$$

Nicht stabil da Pol ausserhalb Einheitskreis

b) **Bestimmen Sie $y_{int}[k]$ für k>0 als Reaktion des Systems auf die Anfangswerte y[-1] und y[-2] mit x[k]=0. Beachten Sie dabei die Bedingung**

$$y[k]\cdot\varepsilon[k] \circ\!\!-\!\!\bullet Y_{\text{int}}(z)$$

$$y[k-1]\cdot\varepsilon[k] \circ\!\!-\!\!\bullet z^{-1}Y_{\text{int}}(z)+y[-1]$$

$$y[k-2]\cdot\varepsilon[k] \circ\!\!-\!\!\bullet z^{-2}Y_{\text{int}}(z)+z^{-1}y[-1]+y[-2]$$

Lösung:

$$Y_{\text{int}}(z)-1.2z^{-1}Y_{\text{int}}(z)-1.2y[-1]-0.35z^{-2}Y_{\text{int}}(z)-0.35z^{-1}y[-1]-0.35y[-2]=0$$

$$y[-1]=0; y[-2]=-2$$

$$Y_{\text{int}}(z)\left(z^2-1.2z-0.35\right)=-0.35\cdot 2z^2$$

$$Y_{\text{int}}(z)=\frac{-0.7z^2}{\left(z^2-1.2z-0.35\right)}$$

$$\frac{Y_{\text{int}}(z)}{z}=\frac{-0.7z}{(z+0.24)(z-1.44)}$$

$$\frac{Y_{\text{int}}(z)}{z}=\frac{-0.1}{(z+0.24)}+\frac{-0.6}{(z-1.44)}$$

$$Y_{\text{int}}(z)=\frac{-0.1z}{(z+0.24)}+\frac{-0.6z}{(z-1.44)}$$

$$y_{\text{int}}[k]=-0.1(-0.24)^k\varepsilon[k]-0.6(1.44)^k\varepsilon[k]$$

c) **Bestimmen Sie $y_{ext}[k]$ als Reaktion des Systems auf das Eingangssignal $x[k]=(-2)^k\varepsilon[k]$ falls sich das System anfangs in Ruhe befindet.**

Lösung:

$$Y_{ext}(z)=X(z)H(z)=\frac{z^2+0.25z}{z^2-1{,}2z-0.35}\frac{z}{(z+2)}$$

$$\frac{Y_{ext}(z)}{z}=\frac{z^2+0.25z}{(z+0.24)(z-1.44)(z+2)}$$

$$\frac{Y_{ext}(z)}{z}=\frac{0.0006}{(z+0.24)}+\frac{0.4}{(z-1.44)}+\frac{0.6}{(z+2)}$$

$$Y_{ext}(z)=\frac{0.0006z}{(z+0.24)}+\frac{0.4z}{(z-1.44)}+\frac{0.6z}{(z+2)}$$

$$y_{ext}[k]=0.0006(-0.24)^k\varepsilon[k]+0.4(1.44)^k\varepsilon[k]+0.6(-2)^k\varepsilon[k]$$

Aufgabe 4: (Maximale Punktzahl: 10) Erreichte Punktzahl: _______

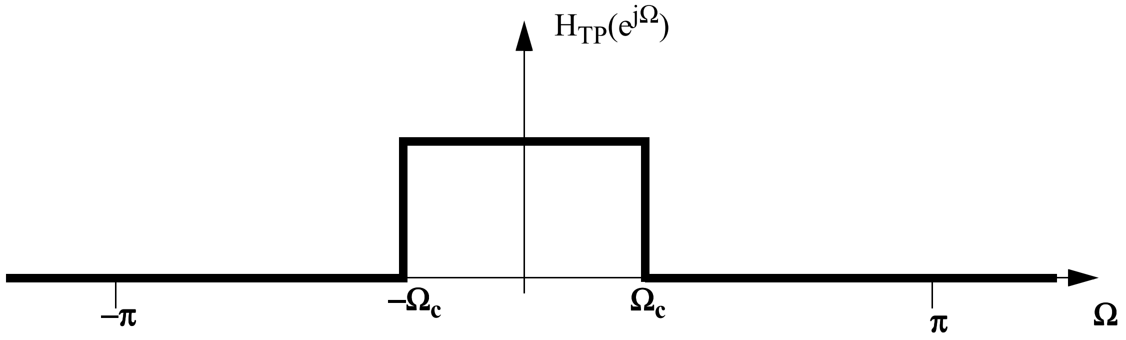
$h_{TP}[k]$ sei die Impulsantwort eines zeitdiskreten Tiefpassfilters mit dem Frequenzgang $H_{TP}(e^{j\Omega})$. Zeigen Sie, dass ein zeitdiskretes Filter mit der Impulsantwort

$$h[k] = (-1)^k h_{TP}[k]$$

ein Hochpassfilter mit dem Frequenzgang

$$H\left(e^{j\Omega}\right) = H_{TP}\left(e^{j(\Omega-\pi)}\right)$$

ist. Skizieren Sie $H(e^{j\Omega})$.

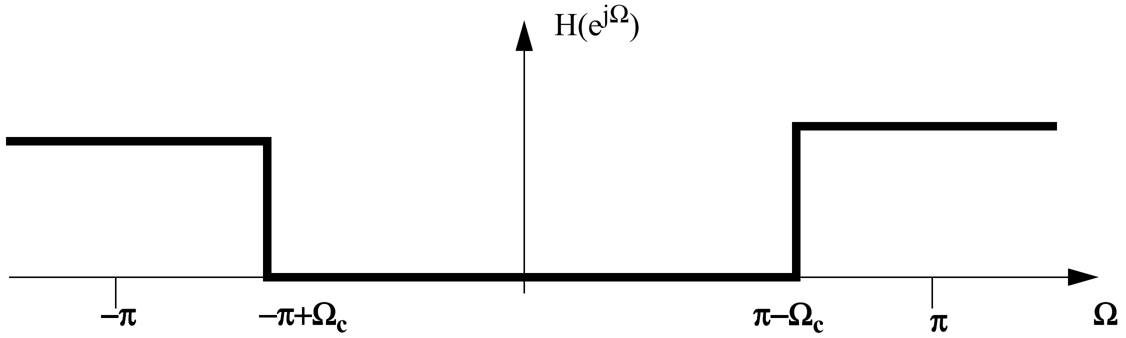


Lösung:

$$h[k] = \left(e^{\pi}\right)^k h_{TP}[k]$$

Modulationssatz:

$$H\left(e^{j\Omega}\right) = H\left(e^{j(\Omega-\pi)}\right)$$



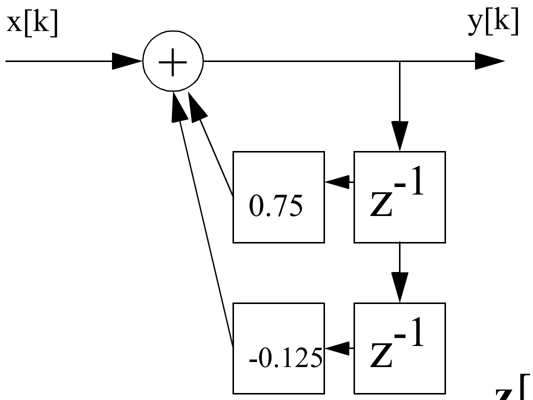
Aufgabe 5: (Maximale Punktzahl: 10) Erreichte Punktzahl: _______

Finden Sie eine Zustandsraumbeschreibung eines zeitdiskreten Systems, das durch die Differenzengleichung

$$y[k]-0.75y[k-1]+0.125y[k-2]=x[k]$$

beschrieben wird. Bestimmen Sie die Systemfunktion und die Sprungantwort des Systems.

Ihre Lösung:



$$\mathbf{z}[k+1]=\begin{bmatrix}0.75 & -0.125\\ 1 & 0\end{bmatrix}\mathbf{z}[k]+\begin{bmatrix}1\\0\end{bmatrix}x[k]$$

$$y[k]=\begin{bmatrix}0.75 & -0.125\end{bmatrix}\mathbf{z}[k]+1\cdot x[k]$$

$$H(z)=\frac{z^2}{z^2-0.75z+0.125}$$

$$\mathrm{E}(z)=\frac{z^2}{(z-0.5)(z-0.25)}\frac{z}{z-1}$$

$$\frac{\mathrm{E}(z)}{z}=\frac{z^2}{(z-0.5)(z-0.25)(z-1)}$$

$$\frac{\mathrm{E}(z)}{z}=\frac{-2}{z-0.5}+\frac{0.33}{z-0.25}+\frac{2.66}{z-1}$$

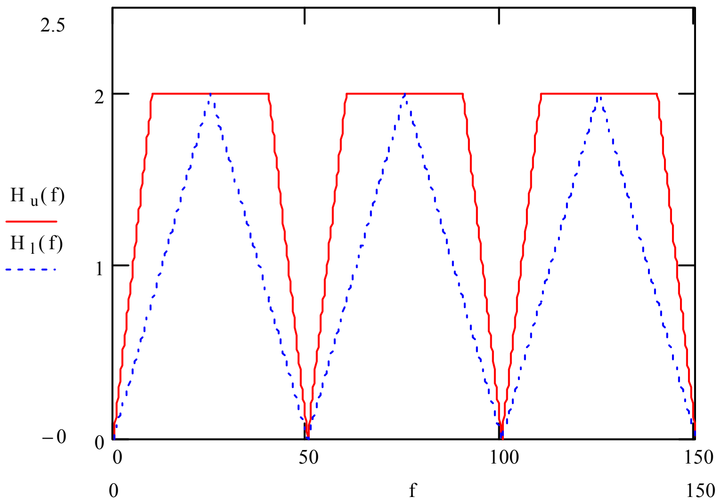
$$\mathrm{E}(z)=\frac{-2z}{z-0.5}+\frac{0.33z}{z-0.25}+\frac{2.66z}{z-1}$$

$$h[k]=-2(0.5)^k\varepsilon[k]+0.33(0.25)^k\varepsilon[k]+2.66\varepsilon[k]$$

Aufgabe 6: (Maximale Punktzahl: 10) Erreichte Punktzahl: _______

In einem System, das mit einer Abtastrate von 300 Hz arbeitet, sollen Störung durch die Netzspannung (f_0=50 Hz) durch ein Filter unterdrückt werden. Gleichzeitig sollen auch Störsignale bei vielfachen der Netzfrequenz unterdrückt werden. Bild 2 zeigt die Toleranzspezifikation für ein solches Filter. Signale mit der Frequenzen 50, 100 und 150 Hz sollen total unterdrückt werden. Signale mit den Frequenzen 25, 75 und 125 Hz sollen mit dem Faktor 2 verstärkt werden.

- Zeigen Sie ob ein Filter mit der Differenzengleichung y[k]=x[k]-x[k-6] geeignet ist.
- Zeichnen Sie das Pol-Nullstellen Diagramm des obigen Filters.



Ihre Lösung:

a) Tauglichkeit des Filters

$$f_1 = 0Hz \triangleq \Omega_1 = \frac{2\pi f}{f_0} = 0$$

$$f_2 = 50Hz \triangleq \Omega_2 = \frac{2\pi f}{f_0} = \frac{\pi}{3}$$

$$f_3 = 100Hz \triangleq \Omega_3 = \frac{2\pi f}{f_0} = \frac{2\pi}{3}$$

$$f_4 = 150Hz \triangleq \Omega_4 = \frac{2\pi f}{f_0} = \pi$$

$$H(z) = \frac{z^6 - 1}{z^6} \Rightarrow H\left(e^{j\Omega}\right) = \frac{e^{j\Omega 6} - 1}{e^{j\Omega 6}}$$

$$H\left(e^{j\Omega_1}\right) = \frac{1-1}{1} = 0 = H\left(e^{j\Omega_2}\right) = H\left(e^{j\Omega_3}\right) = H\left(e^{j\Omega_4}\right)$$

$$f_1 = 25Hz \mathrel{\hat{=}} \Omega_1 = \frac{2\pi f}{f_0} = \frac{\pi}{6}$$

$$f_2 = 75Hz \mathrel{\hat{=}} \Omega_2 = \frac{2\pi f}{f_0} = \frac{3\pi}{6}$$

$$f_3 = 125Hz \mathrel{\hat{=}} \Omega_3 = \frac{2\pi f}{f_0} = \frac{5\pi}{6}$$

$$H\left(e^{j\Omega_1}\right) = \frac{-1-1}{1} = -2 = H\left(e^{j\Omega_2}\right) = H\left(e^{j\Omega_3}\right)$$

b) Pol-Nullstellendiagramm

$$H(z) = \frac{z^6 - 1}{z^6}$$